

Wzory dla całek

L.p.	Całka	Funkcja pierwotna
1	$\int 0 \, dx$	C
2	$\int dx$	$x + C$
3	$\int x \, dx$	$\frac{1}{2}x^2 + C$
4	$\int x^n \, dx$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, n \neq -1$
5	$\int \frac{1}{x} \, dx$	$\ln x + C$
6	$\int c \cdot f(x) \, dx$	$c \cdot \int f(x) \, dx + C$
7	$\int \sin(x) \, dx$	$-\cos(x) + C$
8	$\int \cos(x) \, dx$	$\sin(x) + C$
9	$\int \operatorname{tg}(x) \, dx$	$-\ln \cos(x) + C$
10	$\int \operatorname{ctg}(x) \, dx$	$\ln \sin(x) + C$
11	$\int \frac{1}{\cos^2(x)} \, dx$	$\operatorname{tg}(x) + C$
12	$\int \frac{1}{\sin^2(x)} \, dx$	$-\operatorname{ctg}(x) + C$
13	$\int e^x \, dx$	$e^x + C$
14	$\int a^x \, dx$	$\frac{a^x}{\ln a} + C, a > 0$
15	$\int \frac{1}{x^2+a^2} \, dx$	$\frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
16	$\int \frac{1}{x^2-a^2} \, dx$	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
17	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \, dx$	$\operatorname{arcsin}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
18	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} \, dx$	$\ln x + \sqrt{x^2+a} + C$
19	$\int [f(x) + g(x)] \, dx$	$\int f(x) \, dx + \int g(x) \, dx + C$
20	$\int e^{a \cdot x} \, dx$	$\frac{1}{a} e^{ax} + C$
21	$\int \sin(a \cdot x) \, dx$	$-\frac{1}{a} \cos(x) + C$
22	$\int \cos(a \cdot x) \, dx$	$\frac{1}{a} \sin(x) + C$

W serwisie www.TaskBook.pl możesz wybrać zadania, które Cie interesują. Jeżeli masz szczególny problem z zadaniem, nie potrafisz zrozumieć jak je rozwiązać, możesz je wybrać kilka razy. Wtedy na pewno zrozumiesz.

Poniżej zobaczysz trzy typy zadań. Każde z nich zostało wygenerowane przez specjalny algorytm po dwa razy.

Gwarantujemy, że będziesz zadowolony. **Jeżeli nie będziesz, możesz odesłać e-booka.**

Zapraszamy na stronę www.TaskBook.pl

Zadania

Zad. 1. [923486] Wyznaczyć całkę $\int (e^{8y} - 9)^2 dy$.

Roz. Podnosimy do potęgi formułę podcałkową

$$\int (e^{8y} - 9)^2 dy = \int (e^{16y} - 18e^{8y} + 81) dy = \frac{1}{16}e^{16y} - \frac{9}{4}e^{8y} + 81y + C.$$

Zad. 2. [923486] Wyznaczyć $\int (e^{3y} - 7)^2 dy$.

Roz. Upraszczamy formułę podcałkową

$$\int (e^{3y} - 7)^2 dy = \int (e^{6y} - 14e^{3y} + 49) dy = \frac{1}{6}e^{6y} - \frac{14}{3}e^{3y} + 49y + C.$$

Zad. 3. [342913] Policzyc całkę $\int_0^1 7t dt$.

Roz. Wykorzystamy wzory

$$\int t^n dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1} + C$$

i

$$\int mf(t) dt = m \int f(t) dt.$$

Otrzymujemy

$$I = \int_0^1 7t dt = 7 \left(\frac{1}{2} t^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{2} t^2 \Big|_0^1 = \frac{7}{2} (1^2 - 0^2) = 3\frac{1}{2}.$$

Zad. 4. [342913] Policzyc całkę $\int_{-2}^1 14z^4 dz$.

Roz. Posłużymy się dwoma wzorami

$$\int z^n dz = \frac{1}{n+1} z^{n+1} + C$$

i

$$\int mf(z) dz = m \int f(z) dz.$$

Dostajemy

$$I = \int_{-2}^1 14z^4 dz = 14 \left(\frac{1}{5} z^5 \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{14}{5} z^5 \Big|_{-2}^1 = \frac{14}{5} (1^5 - (-2)^5) = 92\frac{2}{5}.$$

Zad. 5. [630209] Obliczyć całkę $\int (2e^{5x} + 1)^2 dx$.

Roz. Obliczamy

$$\int (2e^{5x} + 1)^2 dx = \int (4e^{10x} + 4e^{5x} + 1) dx = 4 \underbrace{\int e^{10x} dx}_{I_1} + 4 \underbrace{\int e^{5x} dx}_{I_2} + \underbrace{\int 1 dx}_{I_3},$$

W celu wyznaczenia I_1 i I_2 użyjemy metody podstawiania. W naszym przypadku mamy

$$I_1 = \int e^{10x} dx = \left| \begin{array}{l} t = 10x \\ dt = 10dx \\ dx = \frac{1}{10}dt \end{array} \right| = \frac{1}{10} \int e^t dt.$$

Ponieważ $\int e^t dt = e^t + C$ dostajemy

$$I_1 = \frac{1}{10}e^t + C_1 = \frac{1}{10}e^{10x} + C_1.$$

Analogicznie dostajemy

$$I_2 = \int e^{5x} dx = \left| \begin{array}{l} y = 5x \\ dy = 5dx \\ dx = \frac{1}{5}dy \end{array} \right| = \frac{1}{5} \int e^y dy.$$

Stosując wzór $\int e^y dy = e^y + C$ mamy

$$I_2 = \frac{1}{5}e^y + C_2 = \frac{1}{5}e^{5x} + C_2.$$

Ostatnia całka I_3 jest równa

$$I_3 = x + C_3.$$

Ostatecznie dostajemy

$$\int (2e^{5x} + 1)^2 dx = \frac{2}{5}e^{10x} + \frac{4}{5}e^{5x} + x + C.$$

Zad. 6. [630209] Policzyc całkę $\int (-3e^{2y} + 3)^2 dy$.

Roz. Liczymy

$$\int (-3e^{2y} + 3)^2 dy = \int (9e^{4y} - 18e^{2y} + 9) dy = 9 \underbrace{\int e^{4y} dy}_{I_1} - 18 \underbrace{\int e^{2y} dy}_{I_2} + \underbrace{\int 9 dy}_{I_3},$$

Żeby wyznaczyć I_1 i I_2 użyjemy metody podstawiania. Dostajemy

$$I_1 = \int e^{4y} dy = \left| \begin{array}{l} x = 4y \\ dx = 4dy \\ dy = \frac{1}{4}dx \end{array} \right| = \frac{1}{4} \int e^x dx.$$

Wykorzystując wzór $\int e^x dx = e^x + C$ mamy

$$I_1 = \frac{1}{4}e^x + C_1 = \frac{1}{4}e^{4y} + C_1.$$

Postępując podobnie dostajemy

$$I_2 = \int e^{2y} dy = \left| \begin{array}{l} t = 2y \\ dt = 2dy \\ dy = \frac{1}{2}dt \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int e^t dt.$$

Wykorzystując wzór $\int e^t dt = e^t + C$ mamy

$$I_2 = \frac{1}{2}e^t + C_2 = \frac{1}{2}e^{2y} + C_2.$$

Ostatnia całka I_3 wynosi

$$I_3 = 9y + C_3.$$

Ostatecznie dostajemy

$$\int (-3e^{2y} + 3)^2 dy = \frac{9}{4}e^{4y} - 9e^{2y} + 9y + C.$$

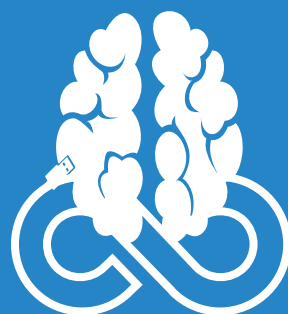
TASKBOOK

CZY CHODZIŁEŚ NA WYKŁADY?



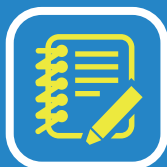
TAK

NIE



CZY ROBIŁEŚ NOTATKI?

CZY POŻYCZYŁEŚ NOTATKI?



NIE

TAK

TAK

NIE

CZY SZUKAŁEŚ DODATKOWYCH INFORMACJI W INTERNECIE?

CZY SZUKAŁEŚ DODATKOWYCH INFORMACJI W BIBLIOTECE?



NIE

TAK

TAK

NIE

CZY WSZYSTKO ROZUMIESZ?



TAK

NIE

SPRAWDŹ SWOJĄ WIEDZĘ NA....

POSZUKAJ INFORMACJI NA....

TASKBOOK

WSZYSTKIE DROGI PROWADZĄ DO TASKBOOK

www.taskbook.pl

